

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ К АНАЛИЗУ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Антонова И.В., Чикина Н.А.

*Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт», г. Харьков*

В представленной работе рассматриваются вопросы, связанные с анализом временных рядов, характеризующих динамику заболеваемости в Украине различными кожными патологиями.

Применение методов теории нелинейных динамических систем (НДС) к анализу временных рядов основано на предположении, что имеющийся ряд описывает поведение изучаемой системы, и это единственная доступная информация о ней. По известной теореме Такенса для адекватного описания динамической системы в целом достаточно единственного временного ряда.

Анализ временных рядов методами НДС приобретает все более широкое распространение. По терминологии теории НДС процесс, описываемый временным рядом, содержит в себе детерминированный хаос, или, проще говоря, является хаотическим. С точки зрения линейных методов анализа – это стохастические процессы. Нелинейный анализ показывает, что с одной стороны, эти процессы нельзя причислить к детерминированным, с другой стороны, абсолютно случайными они также не являются. Другими словами, прогнозирование состояния системы с определенной точностью возможно, но лишь краткосрочное.

К формальным характеристикам хаотических процессов в теории НДС относятся, в первую очередь, фазовое пространство и аттрактор. Одной из особенностей хаотического поведения системы является неустойчивость траекторий, принадлежащих аттрактору. Количественной мерой этой неустойчивости являются характеристические показатели Ляпунова. Поскольку критерием хаотической динамики является наличие положительного старшего показателя Ляпунова, то естественный интерес представляет возможность его оценки на основании обработки заданного временного ряда.

Эта оценка осуществлялась авторами по методу сравнения точек эволюции фазовой траектории. В соответствии с этим методом оценку старшего показателя Ляпунова $h(x_1)$ для траектории $x_i = x(t_i)$, $i = \overline{1, n}$, дискретного временного ряда $x_{t+1} = f(x_t)$ авторы проводили по формуле

$$h(x_1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln |f'(x_i)|, \text{ соответствующей определению } h(x_1) \text{ при условии,}$$

что предел справа существует. Проведенные расчеты показали, что для заданного временного ряда показатель $h(x_1) \approx 1,18$, то есть $h(x_1) > 0$, а значит, есть основание считать, что траектория хаотическая.